

Nom :

Prénom :



Épreuve de mathématiques

Concours d'entrée 2024

Q.C.M.
Lundi 2 juin 2024
durée : 30 min

Consignes : Le Q.C.M. est constitué de 5 exercices indépendants. Pour chaque exercice,

- il y a toujours au moins une proposition correcte ;
- plusieurs propositions peuvent être correctes.

Exercice 1

Soit $I = \int_0^1 \frac{2x}{x^2 - 4} dx$.

- ☐ $\frac{1}{x^2 - 4} = \frac{1}{x - 2} \times \frac{1}{x + 2}$
- ☐ $\frac{2x}{x^2 - 4} = \frac{1}{x - 2} + \frac{1}{x + 2}$
- ☐ $I > 0$
- ☐ $\int_0^1 \frac{1}{x - 2} dx = -\ln(2)$.
- ☐ $-\ln(2) = \ln(\sqrt{2})$
- ☐ $I = \ln\left(\frac{3}{4}\right)$
- ☐ $I = \ln(3) - 2\ln(2)$

Exercice 2

Sur l'intervalle $]0, +\infty[$, on considère l'équation différentielle suivante :

$$y'(x) + \frac{1}{x}y(x) = e^{-x} \quad (\text{E})$$

et l'équation homogène associée

$$y'(x) + \frac{1}{x}y(x) = 0 \quad (\text{EH})$$

- ☐ Pour tout $C \in \mathbb{R}$, $y_{EH}(x) = \frac{C}{x}$ est une solution de (EH).
- ☐ Pour tout $C \in \mathbb{R}$, $y_{EH}(x) = Cx$ est une solution de (EH).
- ☐ $(x e^{-x})' = -e^{-x}$.
- ☐ $y_{sp}(x) = (-1 + x) e^{-x}$ est solution de (E).
- ☐ $y_{sp}(x) = (-1 - x) e^{-x}$ est solution de (E).

Exercice 3

On se place dans le plan $\mathcal{P}$ orienté muni d'un repère cartésien orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On considère la courbe paramétrée définie pour le paramètre $t \in \mathbb{R}$ par

$$\begin{cases} x(t) = t^3 - 3t \\ y(t) = 2t^4 - 4t^2 \end{cases}$$

et on note $M(t)$ le point de la courbe paramétrée de coordonnées $(x(t), y(t))$.

- ☐ $M(-t)$ est obtenu à partir de $M(t)$ par une symétrie d'axe (Ox) .
- ☐ $M(-t)$ est obtenu à partir de $M(t)$ par une symétrie d'axe (Oy) .
- ☐ $\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \begin{pmatrix} 3t^2 - 3 \\ 8t^3 - 8t \end{pmatrix}$
- ☐ En $t = 0$, la courbe admet un point stationnaire.
- ☐ En $t = 1$, la courbe admet un point stationnaire.
- ☐ La tangente au point $M(0)$ est horizontale.
- ☐ La tangente au point $M(0)$ est verticale.

Exercice 4

Soit $A = \begin{pmatrix} -14 & 8 \\ -24 & 14 \end{pmatrix}$ et $P = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

- ☐ A est diagonalisable sur $\mathbb{R}$
- ☐ $U = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ est un vecteur propre de A associé à la valeur propre -2
- ☐ $V = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ est un vecteur propre A associé à la valeur propre 1
- ☐ P est une matrice inversible
- ☐ $A = PDP^{-1}$ où $D = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

Exercice 5

Dans le plan complexe orienté, on note :

- M_1 le point d'affixe $z_1 = \sqrt{3} + i$,
- M_2 d'affixe $z_2 = (z_1)^2$,
- O le point d'affixe 0.

- ☐ $|z_1| = 1$
- ☐ $\arg(z_1) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, (k \in \mathbb{Z})$
- ☐ $\arg(z_1) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, (k \in \mathbb{Z})$
- ☐ $z_2 = 4 + 2\sqrt{3}$
- ☐ $z_2 = 2 + 2\sqrt{3}$
- ☐ Les points O, M_1 et M_2 sont alignés.

.....fin du QCM