Ministère de l'Enseignement Supérieur, de la Recherche et de l'Innovation

CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS

ÉCOLE SUPÉRIEURE DES GÉOMÈTRES ET TOPOGRAPHES

CONCOURS D'ENTRÉE

TS

Session 2018

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 1 heure

Documents Interdits

Calculatrice personnelle autorisée.

Le sujet comporte 3 pages.

Nom :	Prénom :

Concours d'entrée TS

Session 2018

Q.C.M de mathématiques

Durée : 1 h

Sans document; calculatrice personnelle autorisée

*Le sujet comporte **3** pages.*

*Cette épreuve comporte six Q.C.M. entièrement indépendants que vous pouvez aborder dans n'importe quel ordre. Chaque questionnaire comporte **au moins** une proposition correcte. Il peut également comporter plusieurs propositions correctes. Un réponse juste rapporte un point. Une réponse fausse n'apporte pas de point et n'en retire pas.*

Bon travail!

Exercice 1

Dans le plan orienté muni du repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j},\right)$, on considère la courbe paramétrée $\mathscr{C}$ définie pour $t \in [0, 2\pi]$ par :

$$\begin{cases} x(t) &= 2a\cos t \\ y(t) &= a\sin t \end{cases}$$

où a est un réel strictement positif.

On note $M(t)$ le point du plan de coordonnées $\left(x(t), y(t)\right)$

- ☐ La courbe $\mathscr{C}$ est une ellipse de demi-grand axe a
- ☐ Pour $t \in [0, 2\pi]$, le point $M(t)$ appartient au cercle de centre O et de rayon $2a$
- ☐ La longueur L de la courbe $\mathscr{C}$ se calcule par :

$$L = \int_0^{2\pi} \sqrt{4a^2\sin^2 t + a^2\cos^2 t}\, dt$$

- ☐ La courbe $\mathscr{C}$ admet deux tangentes verticales aux points $M(\pi/2)$ et $M(3\pi/2)$ respectivement
- ☐ La courbure calculée au point $M(0)$ est supérieure à celle calculée au point $M(\pi/2)$

  Indication : la courbure $C(t)$ en tout point $M(t)$ où le vecteur tangent à la courbe $\mathscr{C}$ est non nul, s'exprime par :

$$C(t) = \frac{x'(t)y''(t) - x''(t)y'(t)}{\left((x'(t))^2 + (y'(t))^2\right)^{3/2}}$$

Exercice 2

Dans le plan orienté muni du repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j},\right)$, on considère la courbe plane Γ d'équation cartésienne $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ où a_0, a_1 et a_2 sont trois réels tels que $a_2 \neq 0$ et Γ passe par les points $(0,-3)$, $(1,0)$, $(-1,-4)$.

- ☐ La courbe Γ passe par le point $(-3,0)$
- ☐ La tangente à la courbe Γ au point d'abscisse 1 est horizontale
- ☐ La courbe Γ admet la droite d'équation $x = -1$ comme axe de symétrie
- ☐ La fonction f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ admet un maximum absolu sur $\mathbb{R}$
- ☐ La fonction f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ est croissante sur $]-1, +\infty[$

Exercice 3

Soit $f(x) = \dfrac{2x}{\sin x}$.

- ☐ Le domaine de définition de f est $\mathbb{R}$
- ☐ Le domaine de définition de f est $\mathbb{R}^+$
- ☐ f admet une limite finie en 0
- ☐ $f'(x) = \dfrac{2\sin x + x\cos x}{\sin^2 x}$
- ☐ La tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse $\pi/2$ à pour équation $y = x$

Exercice 4

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 1/2 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n}, \quad n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

et la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x} - x$.

- ☐ f est positive sur $[0,1]$
- ☐ $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite décroissante
- ☐ L'image de l'intervalle $[0,1]$ par la fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ est $[0,1]$
- ☐ $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite bornée
- ☐ $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite convergente vers 0

Exercice 5

Dans le plan orienté muni du repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j},\right)$, on considère la courbe paramétrée $\mathscr{C}$ définie pour $t \in \mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} x(t) &= 2\cos 2t \\ y(t) &= 3\sin^2 t \end{cases}$$

On note $M(t)$ le point du plan de coordonnées $\left(x(t), y(t)\right)$

- ☐ Le vecteur tangent au point $M(t)$ est $(-4\sin 2t, 3\cos t \sin t)$
- ☐ Le vecteur tangent au point $M(t)$ est $(-4\sin 2t, -3\cos t \sin t)$
- ☐ La courbe $\mathscr{C}$ est incluse dans le disque de centre O et de rayon 3
- ☐ La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ est horizontale en $M(\pi/2)$
- ☐ La courbe $\mathscr{C}$ est entièrement incluse dans le demi-plan $y \geq 0$

Exercice 6

Un géomètre réalise 10 mesures de distance sur une ligne d'étalonnage à l'aide d'un tachéomètre. Son appareil lui indique une distance L de 30,3100m augmentée d'une fluctuation ε distribuée suivant le tableau ci-après :

Mesure n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ε (mm)	3,2	2,5	2,8	3,6	3,0	2,6	3,7	2,5	3,3	2,8

- ☐ La moyenne empirique de la fluctuation est égale à 3,0mm
- ☐ L'écart-type de la fluctuation déduit de la variance non biaisée est égal à 0,4mm
- ☐ L'écart-type sur la moyenne de la fluctuation est égal à 0,1mm
- ☐ l'intervalle de confiance à 3σ de la distance L en mètre, est [30,3118; 30,3142]
- ☐ La moyenne quadratique de la fluctuation est inférieure à la moyenne empirique

Fin de l'épreuve