Nom :	Prénom :

Concours d'entrée TS

Session 2019

Q.C.M de mathématiques

Durée : 1 h

Sans document ; calculatrice personnelle autorisée

*Le sujet comporte **4** pages.*

*Cette épreuve comporte 10 Q.C.M. entièrement indépendants que vous pouvez aborder dans n'importe quel ordre. Chaque questionnaire ne comporte qu'**une seule** proposition correcte. Une réponse juste rapporte un point. Une réponse fausse n'apporte pas de point et n'en retire pas.*

Bon travail !

Exercice 1

On considère l'équation d'inconnue $z \in \mathbb{C} : 1 + z + z^2 = 0$.

- ☐ Les solutions sont $e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $e^{-i\frac{\pi}{3}}$.
- ☐ Les solutions sont complexes conjuguées.
- ☐ L'équation $1 + \cos\theta + \cos^2\theta = 0$ admet au moins une solution réelle.
- ☐ Aucune des trois propositions précédentes.

Exercice 2

On considère l'équation d'inconnue $x \in \mathbb{R} : \cos(2x) + 5\cos(x) - 2 = 0$.

- ☐ L'équation admet une infinité de solutions.
- ☐ $\pi/3$ et $-\pi/3$ sont les deux seules solutions de l'équation.
- ☐ Le changement d'inconnue $X = \cos(x)$ conduit à l'équation équivalente : $2X^2 + 5X + 3 = 0$.
- ☐ Aucune des trois propositions précédentes.

Exercice 3

Dans le plan orienté muni du repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$, on considère la courbe plane Γ d'équation cartésienne $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ où a_0, a_1 et a_2 sont trois réels tels que $a_2 \neq 0$ et Γ passe par les points $(0,-3)$, $(1,0)$, $(-1,-4)$.

- ☐ La droite d'équation $x = 1$ est un axe de symétrie de la courbe Γ.
- ☐ L'une des solutions réelles de l'équation $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 = 0$ est $x = 1$.
- ☐ L'équation cartésienne de la courbe Γ est : $y = -3 + 2x - x^2$.
- ☐ Aucune des trois propositions précédentes.

Exercice 4

On considère les suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définies par $u_0 = 10$ et pour tout entier $n \geq 0$:

$$\begin{cases} u_{n+1} & = & \dfrac{1}{2}u_n + \dfrac{1}{4} \\ v_n & = & u_n - \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

- ☐ $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $1/2$.
- ☐ Pour tout entier $n \geq 0$, $v_n = \dfrac{19}{2^{n+1}}$.
- ☐ $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite convergente de limite $1/4$.
- ☐ Aucune des trois propositions précédentes.

Exercice 5

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par son terme général $u_n = \dfrac{n \sin n}{n^2+1}$.

- ☐ $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite alternée.
- ☐ $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite minorée par 1.
- ☐ $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite divergente.
- ☐ Aucune des trois propositions précédentes.

Exercice 6

Soit $f(x) = \dfrac{2x}{\sin x}$.

- ☐ L'ensemble de définition de f est $\mathbb{R}$.
- ☐ La fonction f est impaire, non périodique.
- ☐ La fonction f est dérivable en tout point de son ensemble de définition et :

$$f'(x) = 2\frac{\sin x + x\cos x}{\sin^2 x}.$$

- ☐ Aucune des trois propositions précédentes.

Exercice 7

Soit f l'application de $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $x \longmapsto \sqrt{x^2+2x+2} - \sqrt{x^2+x+3}$.

- ☐ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.
- ☐ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$.
- ☐ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \dfrac{1}{2}$.
- ☐ Aucune des trois propositions précédentes.

Exercice 8

Soit f l'application de $[0\,;+\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$, $x \longmapsto \dfrac{2x}{1+x^4}$.

- ☐ L'application f est majorée par 2 et non minorée.
- ☐ L'application f est bornée.
- ☐ L'application f est minorée par 0 et non majorée.
- ☐ Aucune des trois propositions précédentes.

Exercice 9

Dans le plan orienté muni du repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$, on considère la courbe paramétrée $\mathscr{C}$ définie pour tout réel $t > 0$ par :

$$\begin{cases} x(t) &= t\ln t \\ y(t) &= \dfrac{\ln t}{t} \end{cases}$$

On note $M(t)$ le point du plan de coordonnées $\left(x(t), y(t)\right)$

- ☐ La courbe $\mathscr{C}$ possède une tangente horizontale en l'un de ses points.
- ☐ La courbe $\mathscr{C}$ ne possède pas d'axe de symétrie.
- ☐ La courbe $\mathscr{C}$ a une asymptote horizontale, mais pas d'asymptote verticale.
- ☐ Aucune des trois propositions précédentes.

Exercice 10

Un géomètre réalise 10 mesures de distance sur une ligne d'étalonnage à l'aide d'un tachéomètre. Son appareil lui indique une distance L de $30,3100\,\text{m}$ augmentée d'une fluctuation ε distribuée suivant le tableau ci-après :

Mesure n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ε (mm)	3,2	2,5	2,8	3,6	3,0	2,6	3,7	2,5	3,3	2,8

- ☐ L'espérance de la fluctuation est égale à $2,5\,\text{mm}$.
- ☐ La variance non biaisée de la fluctuation est égale à $0,191\,\text{mm}^2$.
- ☐ Si la distribution de la fluctuation est supposée normale, alors :

$$\mathbb{P}\left(L \in [30,3126\,\text{m}\,; 30,3134\,\text{m}]\right) = 95,44\,\%.$$

- ☐ Aucune des trois propositions précédentes.

Fin de l'épreuve