

Nom :

Prénom :

le **cnam**  
esgt

Concours d'entrée TS

Session 2022

**Q.C.M de mathématiques**

*Durée : 1 h*

*Sans document ; calculatrice personnelle autorisée*

*Le sujet comporte 6 pages.*

Cette épreuve comporte 6 exercices indépendants comportant au total 20 Q.C.M. Chaque questionnaire ne comporte qu'**une seule** proposition correcte. Une réponse juste rapporte un point. Une réponse fausse n'apporte pas de point et n'en retire pas.

Bon travail !

**EXERCICE 1 : ÉTUDE D'UNE SUITE NUMÉRIQUE**

Soit la suite numérique  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{2n-3}{n^2+1}$ .

**Question 1**

Cochez la proposition correcte

- $\forall n \in \mathbb{N}, u_n > 0$ .
- $\forall n \in \mathbb{N} - \{0, 1\}, u_n > 0$ .
- $\forall n \in \mathbb{N} - \{0\}, u_n > 0$ .
- Aucune des trois propositions précédentes.

**Question 2**

Cochez la proposition correcte

- $\forall n \in \mathbb{N} - \{0\}, 0 < u_n < \frac{2}{n}$ .
- $\forall n \in \mathbb{N} - \{0, 1\}, 0 < u_n < \frac{2}{n}$ .
- $\forall n \in \mathbb{N} - \{0\}, 0 < u_n < \frac{2}{n^2}$ .
- Aucune des trois propositions précédentes.

### Question 3

Cochez la proposition correcte

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n) > 1.$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n) > 0.$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n) = 0.$
- Aucune des trois propositions précédentes.

### EXERCICE 2 : ÉQUATION LOGARITHMIQUE

Soit  $S$  l'ensemble des solutions de l'équation logarithmique suivante :

$$\ln(x-1) + \ln(3x+2) = \ln(x^2+13).$$

### Question 4

Cochez la proposition correcte

- $S \subset ]1, +\infty[.$
- $S \subset ]-2/3, +\infty[.$
- $S \subset ]-2/3, 1[.$
- Aucune des trois propositions précédentes.

### Question 5

Cochez la proposition correcte

- $S = \{-5/2, 3\}.$
- $S = \{-5/2\}.$
- $S = \{3\}.$
- Aucune des trois propositions précédentes.

### EXERCICE 3 : ÉTUDE D'UNE FONCTION NUMÉRIQUE

Soit la fonction numérique  $f : x \mapsto (x+1)^2 - \frac{1}{x-1}.$

### Question 6

Soit  $D_f$  l'ensemble de définition de la fonction  $f.$

Cochez la proposition correcte

- $D_f = \mathbb{R}.$
- $D_f = \mathbb{R}^+.$
- $D_f = \mathbb{R} - \{1\}.$
- Aucune des trois propositions précédentes.

### Question 7

La dérivée  $f'$  de  $f$  sur l'ensemble  $D_f$  peut s'écrire :  $f'(x) = \frac{\varphi(x)}{(x-1)^2}$ .

Quelle est la bonne expression de  $\varphi$  ?

- $\varphi(x) = 2x^3 - 2x^2 - 2x + 1$ .
- $\varphi(x) = 2x^3 + 2x^2 + 2x - 3$ .
- $\varphi(x) = 2x^3 - 2x^2 - 2x + 3$ .
- Aucune des trois propositions précédentes.

### Question 8

Pour étudier les variations de la fonction  $\varphi$  sur  $\mathbb{R}$ , calculez préalablement la dérivée  $\varphi'$  de  $\varphi$  et factorisez l'expression obtenue.

Quelle est la bonne expression de  $\varphi'$  ?

- $\varphi'(x) = 2(x-1)(3x+1)$ .
- $\varphi'(x) = 2(x+1)(3x+1)$ .
- $\varphi'(x) = 2(x-1)(3x-1)$ .
- Aucune des trois propositions précédentes.

### Question 9

Après avoir dressé le tableau des variations de la fonction  $\varphi$  sur  $\mathbb{R}$ , déterminez à quel intervalle  $I$  appartient le réel  $\alpha$  tel que  $\varphi(\alpha) = 0$ .

Cochez la proposition correcte

- $I = ]1, +\infty[$ .
- $I = ]-1/3, 1[$ .
- $I = ]-\infty, -1/3[$ .
- Aucune des trois propositions précédentes.

### Question 10

Après avoir dressé le tableau des variations de  $f$ , déterminez sur quel sous-ensemble  $J$  de  $\mathbb{R}$  la fonction  $f$  est croissante.

Cochez la proposition correcte

- $J = ]-\infty, \alpha[$ .
- $J = ]\alpha, 1[ \cup ]1, +\infty[$ .
- $J = ]-\infty, \alpha] \cup [1; +\infty[$ .
- Aucune des trois propositions précédentes.

### Question 11

Soit  $C_f$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère cartésien orthonormé.  
Quelle est l'équation d'une droite asymptote à la courbe  $C_f$  ?

- $x = -1$ .
- $x = \alpha$ .
- $y = 1$ .
- Aucune des trois propositions précédentes.

### EXERCICE 4 : ÉTUDE D'UNE INTÉGRALE DÉFINIE

Soit  $I$  l'intégrale donnée par :  $I = \int_0^{1/\sqrt{2}} \sqrt{8x^4 - 8x^2 + 2} dx$ .

### Question 12

On pose  $P(x) = 8x^4 - 8x^2 + 2$ .

Quelle est la bonne expression factorisée de  $P$  ?

- $P(x) = 8 \left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^2$ .
- $P(x) = 8 \left(x^2 - \frac{1}{2}\right)^2$ .
- $P(x) = 4 \left(x^2 - \frac{1}{2}\right)^2$ .
- Aucune des trois propositions précédentes.

### Question 13

Quelle est la bonne expression de l'intégrale  $I$  ?

- $2\sqrt{2} \int_0^{1/\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} - x^2\right) dx$ .
- $2\sqrt{2} \int_0^{1/\sqrt{2}} \left(x^2 - \frac{1}{2}\right) dx$ .
- $2\sqrt{2} \int_0^{1/\sqrt{2}} \left(x^2 + \frac{1}{2}\right) dx$ .
- Aucune des trois propositions précédentes.

### Question 14

Quelle est la valeur de l'intégrale  $I$  ?

Cochez la proposition correcte

- $4/3$ .
- $2$ .
- $1/3$ .
- Aucune des trois propositions précédentes.

## EXERCICE 5 : TRANSFORMATION GÉOMÉTRIQUE DU PLAN

Dans le plan complexe, on considère l'ensemble  $D$  des points  $M$  d'affixe  $z \in \mathbb{C}$  tels que :

$$(1 - i)z - (1 + i)\bar{z} = 0,$$

où  $\bar{z}$  est le conjugué de  $z$  et  $i$  le nombre imaginaire pur tel que  $i^2 = -1$ .

### Question 15

On pose  $z = x + iy$  où  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ . Après avoir déterminé la relation entre  $x$  et  $y$ , donnez la nature de l'ensemble  $D$ .

Cochez la proposition correcte

- $D$  est la droite d'équation  $y = x + 1$ .
- $D$  est la droite d'équation  $y = x$ .
- $D$  est la droite d'équation  $y = -x$ .
- Aucune des trois propositions précédentes.

### Question 16

Soit  $f$  l'application de  $\mathbb{C}^*$  dans  $\mathbb{C}^*$  définie par  $f(z) = \frac{1}{\bar{z}}$ .

Cochez la bonne affirmation

- Tous les points de  $D$  ont une image par  $f$ .
- Plusieurs points de  $D$  n'ont pas d'image par  $f$ .
- Seuls deux points de  $D$  n'ont pas d'image par  $f$ .
- Aucune des trois propositions précédentes.

### Question 17

Quelle est l'image de  $D$  par l'application  $f$ .

Cochez la proposition correcte

- La droite  $D$  privée du point d'affixe 0.
- La droite  $D$ .
- La droite  $D$  et un cercle de rayon infini.
- Aucune des trois propositions précédentes.

## EXERCICE 6 : ÉTUDE D'UNE COURBE PARAMÉTRÉE

On considère la courbe paramétrée définie par :

$$\begin{cases} x(t) = t + \frac{4}{t} \\ y(t) = \frac{t}{3} + 2 + \frac{3}{t+1} \end{cases}$$

### Question 18

La courbe est définie pour tout paramètre  $t$  de l'ensemble  $D$ .

Cochez la proposition correcte

- $D = \mathbb{R}$ .
- $D = \mathbb{R} - \{-1, 0\}$ .
- $D = \mathbb{R} - \{0\}$ .
- Aucune des trois propositions précédentes.

### Question 19

Soient  $x'$  et  $y'$  les dérivées respectives de  $x$  et  $y$ .

Cochez les bonnes expressions de  $x'$  et  $y'$

- $x' = 1 + \frac{4}{t^2}; y' = \frac{1}{3} - \frac{3}{(t+1)^2}$ .
- $x' = \frac{t^2 - 4}{t^2}; y' = \frac{(t+1)^2 - 9}{3(t+1)^2}$ .
- $x' = 1 - \frac{4}{t^2}; y' = \frac{1}{3} + \frac{3}{(t+1)^2}$ .
- Aucune des trois propositions précédentes.

### Question 20

Après avoir dressé le tableau des variations de  $x$  et  $y$ , cochez la bonne réponse :

- La courbe admet une tangente horizontale au point  $M(t = -2)$ .
- La courbe admet une tangente verticale au point  $M(t = -4)$ .
- La courbe admet une asymptote verticale d'équation  $x = -5$ .
- Aucune des trois propositions précédentes.

**Fin de l'énoncé**