Ministère de l'Éducation Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche
CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET METIERS
ÉCOLE SUPÉRIEURE DES GÉOMÈTRES ET TOPOGRAPHES

CONCOURS D'ENTRÉE
TS et TS'
Session 2017

ÉPREUVE DE PHYSIQUE
Durée : 3 heures – Coefficient : 3

Documents Interdits

Calculatrice ESGT uniquement

L'utilisation de la calculatrice personnelle est interdite

Le sujet comporte 7 pages

Concours d'entrée TS

Session 2017

Epreuve de Physique

Durée : 3 heures

Calculatrice ESGT autorisée ; sans document

Ce devoir comporte deux problèmes entièrement indépendants, un problème de mécanique et un problème d'optique que vous pourrez aborder dans n'importe quel ordre. Vous veillerez à indiquer clairement le problème traité et à respecter la numérotation proposée dans l'énoncé. Toutes les réponses devront être soigneusement justifiées et les calculs expliqués par au moins une phrase. La présentation sera prise en compte dans l'appréciation finale de la copie.

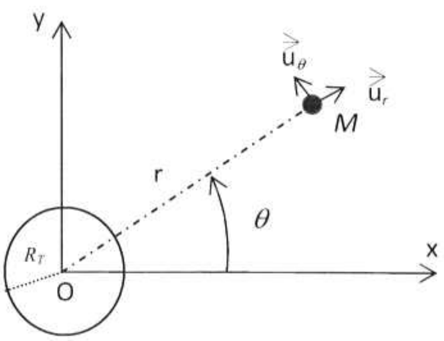
Problème de mécanique

Mouvement dans un champ de force newtonien.

Dans ce problème, on se propose d'étudier les caractéristiques de la trajectoire autour de la Terre d'un satellite de télédétection destiné à l'étude du changement climatique.

L'étude du mouvement se fera dans le référentiel géocentrique R_o, supposé galiléen, défini par le repère (O,x,y). Le satellite, de masse m, est assimilé à un point matériel M, décrivant une trajectoire plane, circulaire, de rayon r = OM, de centre O, centre de la Terre.

On repère la position du satellite dans le plan de sa trajectoire par ses coordonnées polaires : (r,θ). L'altitude h du satellite est définie par $r = R_T + h$ où R_T est le rayon de la Terre.



Données numériques :

Constante de gravitation universelle :

$G_N = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3\ kg^{-1} s^{-2}}$;

Masse de la Terre : $M_T = 6{,}00 \times 10^{24}$ kg ;

Rayon équatorial de la Terre : $R_T = 6370$ km ;

Masse du satellite : $m = 3{,}68 \times 10^3$ kg ;

Altitude de la trajectoire du satellite : $h = 800$ km.

A.I ***Vitesse du satellite.***

A.I.1 Donner l'expression du champ de gravitation terrestre $\overrightarrow{G(P)}$ pour tout point P à l'extérieur de la Terre et situé à une distance r de O. En déduire la force $\vec{F}$ exercée par la Terre sur le satellite en fonction de G_N, M_T, R_T , m et h.

A.I.2 Rappeler les expressions des composantes de la vitesse $\overrightarrow{v(P)}$ et de l'accélération $\overrightarrow{\gamma(P)}$ pour tout point P situé à une distance r de O dans le repère mobile $(\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta})$. En déduire les expressions des composantes de la vitesse $\overrightarrow{v(M)}$ et de l'accélération $\overrightarrow{\gamma(M)}$ du satellite M dans ce même repère.

A.1.3 A partir de la relation fondamentale de la dynamique, exprimer le norme V de la vitesse du satellite sur son orbite circulaire en fonction de G_N, M_T, R_T et h.
Calculer numériquement V.

A.II *Période de révolution.*

A.II.1 Donner l'expression du moment cinétique $\overrightarrow{\sigma(M)}$ du satellite M par rapport à O. A partir du théorème du moment cinétique, montrer que ce moment cinétique reste constant au cours du mouvement.

A.II.2 En déduire l'expression de la période de révolution T du satellite en fonction de G_N, M_T, R_T et h. Calculer numériquement T.

A.II.3 Enoncer les trois loi de Kepler.

A.III *Etude énergétique.*

A.III.1 Donner l'expression de l'énergie potentielle de gravitation E_p du satellite en fonction de G_N, M_T, R_T, m et h, en prenant conventionnellement l'énergie potentielle nulle à l'infini.

A.III.2 En déduire l'expression de l'énergie mécanique E_m du satellite sur sa trajectoire circulaire en fonction de G_N, M_T, R_T, m et h. Calculer numériquement E_m.

A.III.3 Exprimer l'énergie E_L qu'il a fallu fournir pour amener le satellite depuis le sol (au niveau de l'équateur) jusqu'à l'altitude h avec la vitesse V. Calculer numériquement E_L. On supposera que la Terre accomplit un tour sur elle-même en 24 heures.

A.III4 Au bout d'un certain temps, le satellite aura perdu une partie de son énergie mécanique E_m calculée à la question A.III.2, et son énergie mécanique vaudra alors $E' < E_m$. On cherche à déterminer la variation relative de l'énergie mécanique. En considérant que cette énergie perdue représente, en valeur absolue, 5% de la valeur absolue de E_m, et en supposant que sa trajectoire reste encore circulaire, calculer les nouvelles altitude h' et vitesse V' du satellite. Justifier les résultats obtenus.

Fin du problème de mécanique.

Problème d'optique

Etude d'une paire de jumelles.

L'examen de la notice d'une paire de jumelles nous permet d'obtenir les informations rassemblées dans le tableau n°1, dont certaines seront explicitées plus loin si nécessaire.

Grossissement	×7	Diamètre objectif	50 mm
Angle de vue	7,3°	Champ de vision	127 m à 1000 m
Distance minimale de mise au point	10,6 m	Pupille de sortie	7,14 mm
Dégagement oculaire	12 mm	Longueur	185 mm

Tableau n°1 : Extraits de la notice technique constructeur relative à la paire de jumelles.

Démontée (voir figure 1a), la paire de jumelles se trouve être constituée d'éléments optiques assez simples : des lentilles convergentes et divergentes ainsi que des prismes dans la zone masquée.

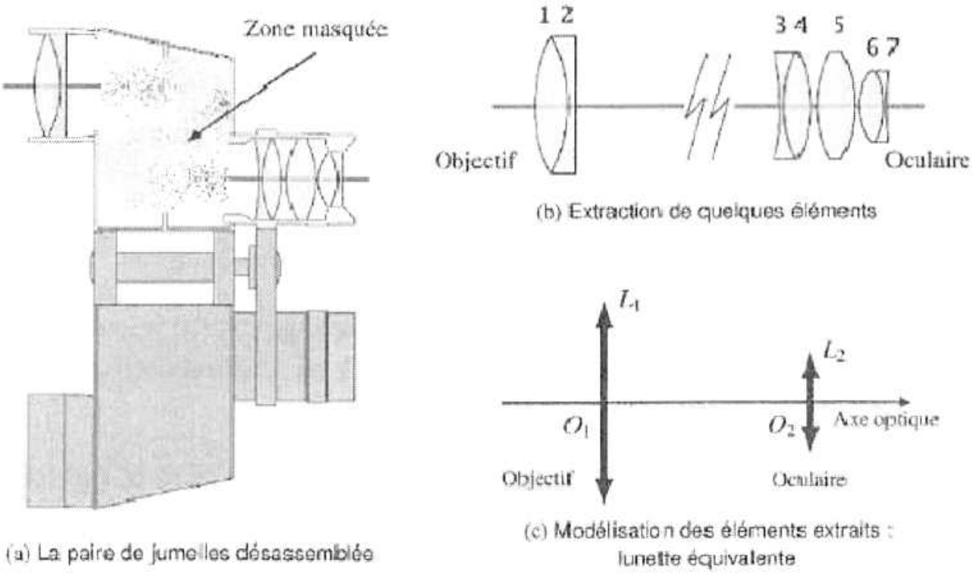


figure 1 : Les éléments de la paire de jumelles et sa modélisation.

On s'intéresse, en premier lieu, aux groupes de lentilles (extraites de l'ensemble sur la figure 1b) que nous modéliserons, en entrée et en sortie, par des lentilles minces convergentes. La modélisation est présentée en figure 1c. On note f_1' et O_1 (respectivement f_2' et O_2) la distance focale image et le centre de l'objectif (respectivement de l'oculaire).

Le but est de déduire des données constructeur figurant dans le tableau 1, les ordres de grandeur de certaines caractéristiques optiques de ce système.

Dans tout le problème, on suppose que $f_2' = u$ et $f_1' = 7\, f_2'$ où u est une longueur de référence à déterminer, et que le diamètre de l'objectif est le double de celui de l'oculaire. Deux modèles seront proposés et permettront de déterminer deux valeurs différentes de u.

B.I ***Les éléments du modèle.***

B.I.1 Définir une lentille mince. Identifier, par leur numéro, les lentilles minces divergentes sur la figure 1b. Définir l'objectif et l'oculaire.

B.I.2 Proposer une méthode de détermination rapide du caractère convergent ou divergent d'une lentille ne portant aucune indication. La justifier à l'aide d'une représentation graphique.

B.I.3 Ces lentilles sont utilisées dans les conditions de l'approximation de Gauss. Quelles sont ces conditions ? Quelles conséquences en découlent si elles sont respectées ?

B.I.4 Au sujet de la composition des optiques de la paire de jumelles, la notice précise que "*le baryum est la qualité de verre donnant la meilleure réfraction. Grâce à lui, les déformations périphériques et chromatiques de l'image sont limitées*". Comment appelle-t-on les aberrations responsables des déformations périphériques ? A quoi sont dues les aberrations chromatiques ?

B.I.5 L'objectif et l'oculaire sont réalisés par association de plusieurs lentilles (voir figure 1b). Pour quelles raisons ?

B.II ***Encombrement de la lunette équivalente.***

B.II.1 La lunette équivalente est réglée de manière à constituer un système afocal. Préciser ce que cela signifie. Quel avantage présente ce réglage pour un être humain ?

B.II.2 On appelle *longueur* ou *encombrement* de la lunette équivalente la grandeur $L_1 = \overline{O_1O_2}$ entre les centres optiques des deux lentilles. En déduire L_1en fonction de f_1' et f_2'. Pour quelle valeur u_1 de u y a-t-il accord avec les données constructeur ?

B.II.3 Représenter, à l'échelle 1, la lunette équivalente afocale en plaçant l'objectif à gauche de l'oculaire ; on prendra, pour simplifier la construction, $u = 1$ cm. Tous les foyers doivent être positionnés et visibles, les orientations précisées. Dessiner le trajet d'un rayon lumineux arrivant sur l'objectif et incliné d'un angle orienté α par rapport à l'axe optique. On notera α' l'angle orienté, par rapport à l'axe optique, du rayon correspondant émergeant de l'oculaire.

B.II.4 Etablir, à l'aide de cette représentation, l'expression algébrique du grossissement, noté G, en fonction de f_1' et f_2'. Evaluer numériquement G et commenter son signe.

B.III ***Le cercle oculaire.***

Le cercle oculaire délimite une surface particulière située dans un plan transverse de l'espace image. Il s'agit de l'image par l'oculaire de la monture de l'objectif. La lunette équivalente est réglée de manière à constituer un système afocal.

B.III.1 Pourquoi a-t-on intérêt à placer son œil au niveau du cercle oculaire ?

B.III.2 On note C la position du cercle oculaire sur l'axe optique. Donner l'expression de $\overline{O_2C}$ en fonction de f_1' et f_2'.

B.III.3 On note D le diamètre de l'objectif et d celui du cercle oculaire. Donner l'expression de d en fonction de f_1', f_2' et D. Calculer d à l'aide des valeurs du tableau 1.

B.III.4 Le constructeur précise que "*le diamètre du cercle oculaire peut être obtenu en divisant le diamètre de l'objectif par le grossissement*". En déduire la valeur constructeur correspondante et vérifier sa compatibilité avec le calcul effectué à la question précédente.

B.III.5 Si elle existe, préciser quelle caractéristique de l'œil humain pourrait intervenir dans les choix effectués par le constructeur pour fixer la taille du cercle oculaire. S'agit-il d'une paire de jumelles destinées à être utilisée par grande ou faible luminosité ? Justifier votre réponse.

B.IV ***Etude du dispositif redresseur à prismes.***

B.IV.1 ***Rôle du dispositif redresseur.***

On insère un dispositif redresseur, appelé *véhicule*, entre l'objectif et l'oculaire. Il peut s'agir d'un système de lentilles ou de prismes. Nous allons nous intéresser à un système à prismes, celui inventé par Ignazio Porro à la fin du XIX^{e} siècle.

B.IV.1.a Que verrait-on à travers la lunette équivalente précédente si on l'utilisait sans dispositif redresseur ? La lunette de Galilée ne contient que deux lentilles et est adaptée à l'observation des objets terrestres. Expliquer en quoi elle diffère de notre lunette équivalente.

B.IV.1.b Sur le schéma de la figure 2, un rayon lumineux monochromatique arrive sous incidence normale sur l'hypoténuse du triangle isocèle rectangle, trace du prisme dans son plan de section principal. Toutes les faces de celui-ci sont parfaitement transparentes. L'indice de réfraction du prisme est supérieur à celui du milieu extérieur d'indice unité.

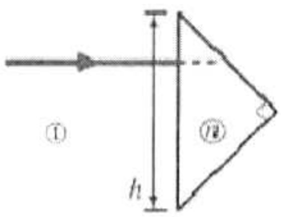


Figure 2 : trajet lumineux à travers un prisme.

Reproduire le schéma de la figure 2 sur votre copie et tracer qualitativement le parcours du rayon lumineux incident proposé sur cette figure s'il est réfracté à la traversée des faces du prisme. Sur le même schéma, représenter le trajet complet de ce rayon lumineux qui, une fois entré dans le prisme, est réfléchi sur les faces du prisme.

Calculer la valeur limite de l'indice n du prisme assurant la réflexion totale dans les conditions d'éclairage de la figure 2.

B.IV.1.c Dans le cas de la réflexion totale, démontrer que la distance géométrique parcourue par le rayon lumineux dans le prisme vaut h, longueur de l'hypoténuse.

B.IV.1.d Une paire de jumelles contient, dans chaque tube, deux prismes identiques à celui que nous venons de décrire (voir figure 2). Nous supposons ici que l'agencement des prismes ne sert qu'à réduire l'écartement entre les axes optiques des tubes et celui des yeux. En vous inspirant de la figure 1a, où la zone contenant les prismes a été masquée, faire sur votre copie un schéma de l'agencement plan des prismes (qui seront accolés) et des lentilles, permettant d'assurer cet réduction d'écartement.

B.IV.2 ***Calcul du nouvel encombrement.***

La présence des prismes allonge le chemin effectivement suivi par la lumière. Nous allons déterminer cette *longueur optique* ou *encombrement* et obtenir une nouvelle valeur u_2 de u.

B.IV.2.a On s'intéresse au parcours d'un rayon lumineux monochromatique peu incliné dans une lame de verre à faces parallèles de même indice de réfraction que le prisme. Le milieu extérieur est assimilé au vide.

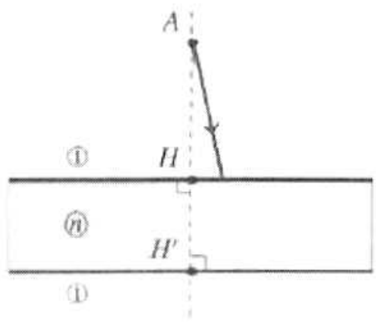


Figure 3 : lame à faces parallèles.

Reproduire le schéma de la figure 3 sur votre copie et compléter le parcours du rayon lumineux jusqu'à le faire émerger de la lame de verre. Représenter un second rayon lumineux issu du point source A. En déduire graphiquement la position du point A', image finale du point A à travers la lame.

B.IV.2.b On rappelle que la relation de conjugaison du dioptre plan séparant un milieu d'indice 1 d'un milieu d'indice n s'écrit $\frac{\overline{HA}}{1} = \frac{\overline{HA_1}}{n}$ où A_1 est le point image du point objet A à travers le dioptre.

Ecrire la relation de conjugaison liant les points A_1, A' et H' dont la position est précisée sur la figure 3. Exprimer la distance $\overline{HH'}$ en fonction de $\overline{AA'}$ et mettre cette relation sous la forme $\overline{HH'} = k_0\overline{AA'}$, la constante k_0 ne dépendant que de l'indice n.

B.IV.2.c En présence des deux prismes, la *longueur optique* vaut $L = 8u_2 + l$ où l correspond à la valeur de la grandeur $\overline{AA'}$ de la question précédente obtenue pour une épaisseur de lame de verre égale à $2h$. Donner l'expression u_2 en fonction de L, h et n. Sachant que $L = 235$ mm et que les caractéristiques des prismes sont telles que $n = 1{,}67$ et $h = 25{,}0$ mm, en déduire la valeur numérique u_2 de u, différente de u_1.

B.V ***Utilisation télémétrique de la paire de jumelles***

B.V.1 ***Télémétrie visuelle***

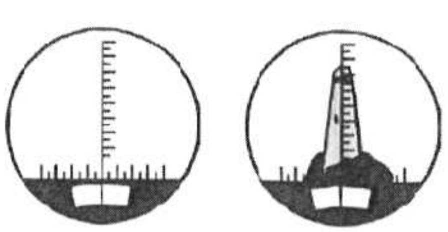


Figure 4 : phare vu depuis la mer

Certaines paires de jumelles sont équipées d'un réticule gradué permettant des mesures de distances longitudinales ou transversales (voir figure 4)

B.V.1.a En considérant la paire de jumelles comme une simple lunette astronomique réglée de manière afocale, où doit être placé le réticule si l'on considère un œil normal ?

B.V.1.b Le tableau 1 précise le "champ de vision" de la paire de jumelles. Calculer en degré la largeur angulaire correspondante. Quel nom la notice donne-t-elle à cette information ?

B.V.1.c Sur la représentation de la figure 4, le phare occupe les deux tiers du champ de vision. Sachant qu'il culmine à 60 m, en déduire la distance qui sépare le bateau du phare.

B.V.2 ***Télémétrie optique***

Certaines paires de jumelles sont équipées d'un télémètre. Nous évoquerons ici un télémètre à mesure de phase, principe physique utilisé par certains tachéomètres. Le télémètre est équipé d'un émetteur et d'un récepteur d'onde lumineuse positionnés côte à côte. On rappelle qu'une onde peut être modélisée par une fonction périodique dont l'expression est $s(M,t) = \cos(\omega t + \varphi(M))$ où $\varphi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0}(SM)$ représente la phase de l'onde émise par la source au point M. Elle est reliée au chemin optique (*SM*) parcouru par le rayon lumineux depuis la source S jusqu'au point M atteint par l'onde, ω et λ_0 représentent respectivement la pulsation et la longueur d'onde dans le vide. La phase à la source sera considérée nulle.

B.V.2.a Définir la pulsation de l'onde et l'exprimer en fonction de la longueur d'onde λ_0 et de la célérité de la lumière c.

B.V.2.b Définir le chemin optique (*SM*).

L'émetteur envoie une onde lumineuse qui se réfléchie sur une cible. En comparant la phase de l'onde émise par l'émetteur avec la phase de l'onde reçue par le récepteur nous pouvons en déduire la distance. Pour illustrer le principe de la mesure, on colle la cible au télémètre, puis on l'éloigne lentement, en comptant le nombre de coïncidences, c'est à dire le nombre de fois où les signaux sont en phase. Pour simplifier, on suppose que lorsque le déplacement, D, de la cible est nul, les signaux sont en phase. L'indice de réfraction du milieu sera pris égal à 1.

B.V.2.c On se place dans le cas où l'on a compté exactement un nombre N de coïncidences. Exprimer D en fonction de N et λ_0.

B.V.2.d Lors du recul de la cible, en plus des N coïncidences, on a mesuré une différence de phase supplémentaire de $\frac{\pi}{4}$ radians. Sachant que λ_0 vaut 3 m et $N = 50$, calculer la distance séparant le télémètre de la cible.

Fin du problème d'optique.