I Cinématique

Exercice I.1 :

On repère le mouvement d'un point M en coordonnées polaires (r,θ) dans le plan OXY de repère orthonormé (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$).

1°) Donner les expressions des vecteurs unitaires $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_\theta$ en fonction des vecteurs $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$.

A) $\vec{u}_r = r\,cos(\theta)\vec{\imath} + rsin(\theta)\vec{\jmath}$ et $\vec{u}_\theta = r\,cos(\theta)\vec{\imath} - rsin(\theta)\vec{\jmath}$;

B) $\vec{u}_r = cos(\theta)\vec{\imath} + sin(\theta)\vec{\jmath}$ et $\vec{u}_\theta = cos(\theta)\vec{\imath} - sin(\theta)\vec{\jmath}$;

C) $\vec{u}_r = sin(\theta)\vec{\imath} + cos(\theta)\vec{\jmath}$ et $\vec{u}_\theta = -sin(\theta)\vec{\imath} + cos(\theta)\vec{\jmath}$;

D) Aucune des trois réponses précédentes.

Veuillez indiquer la bonne réponse: ....

2°) Donner les expressions des vecteurs $\frac{d\vec{u}_r}{dt}$ et $\frac{d\vec{u}_\theta}{dt}$ en fonction des vecteurs $\vec{u}_r$, $\vec{u}_\theta$.

A) $\frac{d\vec{u}_r}{dt} = \dot{r}\vec{u}_\theta$ et $\frac{d\vec{u}_\theta}{dt} = -\dot{r}\vec{u}_r$;

B) $\frac{d\vec{u}_r}{dt} = \dot{\theta}\vec{u}_\theta$ et $\frac{d\vec{u}_\theta}{dt} = -\dot{\theta}\vec{u}_r$;

C) $\frac{d\vec{u}_r}{dt} = \dot{r}\vec{u}_\theta$ et $\frac{d\vec{u}_\theta}{dt} = -\dot{\theta}\vec{u}_r$;

D) Aucune des trois réponses précédentes.

Veuillez indiquer la bonne réponse: ....

3°) Donner les expressions du vecteur vitesse $\vec{V}$ et du vecteur accélération $\vec{a}$.

A) $\vec{V} = \dot{r}\vec{u}_r - r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$ et $\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\theta^2\right)\vec{u}_r + \left(\dot{r}\dot{\theta} - r\ddot{\theta}\right)\vec{u}_\theta$

B) $\vec{V} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$ et $\vec{a} = \left(\ddot{r} + r\dot{\theta}^2\right)\vec{u}_r + \left(2\dot{r}\dot{\theta} - r\ddot{\theta}\right)\vec{u}_\theta$

C) $\vec{V} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$ et $\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\vec{u}_r + \left(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right)\vec{u}_\theta$

D) Aucune des trois réponses précédentes.

Veuillez indiquer la bonne réponse: ....

4°) Dans le cas d'un mouvement circulaire de rayon R autour de O, donner les expressions du vecteur vitesse $\vec{V}$ et du vecteur accélération $\vec{a}$.

A) $\vec{V} = R\dot{\theta}\vec{u}_\theta$ et $\vec{a} = -\frac{V^2}{R}\vec{u}_r + \frac{dV}{dt}\vec{u}_\theta$;

B) $\vec{V} = \dot{R}\vec{u}_r + R\dot{\theta}\vec{u}_\theta$ et $\vec{a} = R\dot{\theta}^2 - R\ddot{\theta}\vec{u}_r$;

C) $\vec{V} = R\dot{\theta}\vec{u}_\theta$ et $\vec{a} = \frac{V^2}{R}\vec{u}_r + \frac{dV}{dt}\vec{u}_\theta$;

D) Aucune des trois réponses précédentes.

Veuillez indiquer la bonne réponse: ....

II Mouvement dans un champ de forces conservatives

Question :

Dire si les affirmations suivantes sont vraies (V) ou fausses (F) :

Dans un champ de forces conservatives :

1) L'énergie mécanique se conserve ;

2) La force dérive de l'énergie potentielle ;

3) Le travail élémentaire, dW, de la force ne dépend pas du chemin suivi ;

4) Le travail élémentaire, dW, de la force est relié à la variation de l'énergie potentielle, dE_p, par la relation : $dW = -dE_p$.

A) 1) = F , 2) = F, 3) = V, 4) = V ;

B) 1) = V , 2) = V, 3) = V, 4) = F ;

C) 1) = V , 2) = V, 3) = V, 4) = V ;

D) Aucune des trois réponses précédentes.

Veuillez indiquer la bonne réponse: ....

Exercice II.1 :

Soit un point matériel M de masse m dans le champ de pesanteur terrestre $\vec{g}(M)$. La dépendance de la norme du champ de pesanteur en fonction de l'altitude z du point M est donnée par la relation:

$g = g_0 \frac{R^2}{(R+z)^2}$ où R est le rayon de la Terre et g_0 = 9,80 ms^{-2}. On repère l'espace à l'aide d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ où $\vec{u}_z$ pointe vers le haut.

1°) Donner la relation entre le travail élémentaire, dW, de la force de pesanteur et le déplacement élémentaire, $\overrightarrow{dr}$, du point M :

A) $dW = -mg\vec{u}_z . \overrightarrow{dr}$;

B) $dW = -mg\vec{u}_z \wedge \overrightarrow{dr}$;

C) $dW = mg\vec{u}_z . \overrightarrow{dr}$;

D) Aucune des trois réponses précédentes.

Veuillez indiquer la bonne réponse: ....

2°) En déduire l'expression de l'énergie potentielle, Ep(z), du point M dans ce champ de pesanteur en considérant une énergie potentielle nulle en z = 0 :

A) $E_p(z) = mg_0R\left(1 - \frac{1}{(R+z)}\right)$;

B) $E_p(z) = mg_0R\left(1 - \frac{R}{R+z}\right)$;

C) $E_p(z) = -mg_0 \frac{R^2}{(R+z)}$;

D) Aucune des trois réponses précédentes.

Veuillez indiquer la bonne réponse: ....

3°) Que devient l'expression de l'énergie potentielle si $z \ll R$:

A)$E_p(z) = -mg_0 z$

B) $E_p(z) = -mg_0 Rz$

C) $E_p(z) = -mg_0 z^2$

D) Aucune des trois réponses précédentes.

Veuillez indiquer la bonne réponse: ....

Exercice II.2 :

Un point M de masse m = 205 g est accroché à l'extrémité libre d'un ressort, de raideur k = 10 N m^{-1} et de longueur à vide l_0 = 30 cm, suspendu en un point A. On repère par x(t) la position de M au cours du temps (cf. figure 1). Le champ de pesanteur g est uniforme et on supposera aucuns frottements. On considèrera l'énergie potentielle de pesanteur nulle en x = 0.

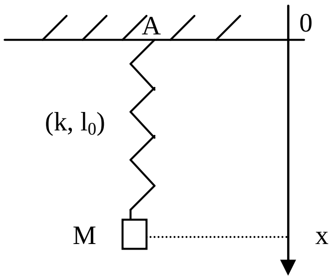

figure 1

1°) Donner la valeur x_{eq} de x lorsque M est en équilibre :

A) $x_{eq} = \frac{mg}{k} + l_0$;

B) $x_{eq} = \frac{mg}{k} - l_0$;

C) $x_{eq} = \frac{mk}{g} + l_0$;

D) Aucune des trois réponses précédentes.

Veuillez indiquer la bonne réponse: ....

2°) Donner l'énergie mécanique, E_m(x), du point M, repéré par l'abscisse x(t) :

A) $E_m(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2$;

B) $E_m(x) = \frac{1}{2}k(x - l_0)^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - mgx$;

C) $E_m(x) = \frac{1}{2}k(x - l_0)^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + mgx$;

D) Aucune des trois réponses précédentes.

Veuillez indiquer la bonne réponse: ....

3°) Donner l'équation différentielle du second ordre satisfaite par x(t) :

A) $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$;

B) $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = g + \frac{k}{m}l_0$;

C) $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = g - \frac{k}{m}l_0$;

D) Aucune des trois réponses précédentes.

Veuillez indiquer la bonne réponse: ....

4°) Donner l'expression de la solution x(t) avec les conditions initiales suivantes :

$x(0) = a\ et\ \dot{x}(0) = 0$. On notera $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

A) $x(t) = acos(\omega_0 t)$;

B) $x(t) = \left(a - \frac{m}{k}g - l_0\right)cos(\omega_0 t) + \frac{m}{k}g + l_0$;

C) $x(t) = \left(a - \frac{m}{k}g + l_0\right)cos(\omega_0 t) + \frac{m}{k}g - l_0$;

D) Aucune des trois solutions précédentes.

Veuillez indiquer la bonne réponse: ....

5°) On repère désormais la position du point M par rapport à sa position d'équilibre. On considère la nouvelle variable $\varepsilon(t) = x(t) - x_{eq}$. Donner alors l'équation différentielle du second ordre satisfaite par $\varepsilon(t)$:

A) $\ddot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \omega_0^2\varepsilon = 0$;

B) $\ddot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \omega_0^2\varepsilon = 0$;

C) $\ddot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \omega_0\varepsilon = 0$;

D) Aucune des trois réponses précédentes.

Veuillez indiquer la bonne réponse: ....

6°) Donner l'expression de la solution $\varepsilon(t)$ avec les conditions initiales que celles de la question 4°) :

A) $\varepsilon(t) = \left(a + x_{eq}\right)cos(\omega_0 t)$;

B) $\varepsilon(t) = acos(\omega_0 t) + x_{eq}$;

C) $\varepsilon(t) = \left(a - x_{eq}\right)cos(\omega_0 t)$;

D) Aucune des trois réponses précédentes.

Veuillez indiquer la bonne réponse: ....

7°) Donner la valeur de la période, T_0, du mouvement :

A) $T_0 = 4{,}4\ s$

B) $T_0 = 0{,}9\ s$

C) $T_0 = 1{,}8\ s$

D) Aucune des trois réponses précédentes.

Veuillez indiquer la bonne réponse: ....

III La lunette de Galilée

Une lunette de Galilée est constituée d'un objectif assimilable à une lentille mince, de centre optique O_1, de vergence $V_1 = 4$ dioptries et d'un oculaire assimilable à une lentille mince, de centre optique O_2, de vergence $V_2 = -20$ dioptries. Les caractéristiques de l'œil de l'observateur sont les suivantes:

- Un punctum remotum à l'infini et un punctum proximum à 250 mm ;

- Une résolution angulaire de 3×10^{-4} rad pour une vision précise.

1°) Sachant que la lunette est afocale, donner la longueur O_1O_2 de cette lunette :

A) $O_1O_2 = 20\ cm$

B) $O_1O_2 = 25\ cm$

C) $O_1O_2 = 30\ cm$

D) Aucune des trois réponses précédentes.

Veuillez indiquer la bonne réponse: ....

2°) En déduire dans ce cas la valeur du grossissement de cette lunette :

A) $\times$ 1,4 ;

B) $\times$ 4 ;

C) $\times$ 5 ;

D) Aucune des trois réponses précédentes.

Veuillez indiquer la bonne réponse: ....

3°) L'observateur observe les phares d'une voiture séparés de 1,2 m. La voiture se situe à une distance D = 6 km de l'observateur. Dire si l'observateur peut distinguer les deux phares à l'œil nu et à travers la lunette :

A) A l'œil nu : oui / avec la lunette : oui ;

B) A l'œil nu : non / avec la lunette : oui ;

C) A l'œil nu : non / avec la lunette : non ;

D) Aucune des trois réponses précédentes.

Veuillez indiquer la bonne réponse: ....

4°) On se propose de former une image réelle de ces deux phares sur un écran placé à 20 cm derrière l'oculaire. Donner la nouvelle distance de la lunette O_1O_2, la distance séparant les images des deux phares sur l'écran et dire si l'observateur peut distinguer ces deux images à l'œil nu :

A) $O_1O_2 = 21\ cm$, $d = 0,25\ mm$, oui

B) $O_1O_2 = 26\ cm$, $d = 0,05\ mm$, non

C) $O_1O_2 = 23\ cm$, $d = 0,20\ mm$, oui

D) Aucune des trois réponses précédentes.

Veuillez indiquer la bonne réponse: ....

Fin de l'épreuve